Première Partie : Travail mécanique et L'énergie
Unité 2
6 H

Travail et puissance d'une force

شغل وقدرة قوة

بسم الله الرحمن الرحيم
السلام عليكم ورحمة الله وبركاته

1^er^ Bac Sciences Physique

I – Concept de Travail d'une force :

1 – Activité :

2 – Main tourne un volant de voiture
1 – Une personne pousse une voiture
3 – Une Main appuie sur une règle déformable
4 – Une voiture de course met les freins et émet de la fumée

Identifier les **effets** ou les **changements** que **ces forces** font sur **chaque système**, que ce soit dû à la **position**, à la **vitesse** ou à l'**état physique**.

L'**effet** de **ces forces** :

- Sur la **voiture** : est le **déplacement** sous l'**action** de la **force** appliquée par la **personne**.
- Sur le **volant** : est la **rotation** sous l'**action** de la **force** de la **main**.
- Sur la **règle** : est le **changement** de **sa forme** sous l'**action** de la **force** appliquée par la **main**.
- Sur la **voiture de course** : est le **changement** de **sa vitesse** sous l'**action** de la **force** appliquée par les **freins**.

2 – Conclusion :

Les **forces** appliquées à un **corps solide** qui ont des **points d'action** se déplacent, peuvent avoir des **effets mécaniques** :

- Selon la **nature de déplacement** (**translation**, **rotation**, ...)
- Selon les **caractéristiques de forces**.
- Selon les **propriétés** et la **nature** du **corps solide** (**indéformable**, …).

Et parmi **ces effets** :

- **Déplacement** d'un **corps solide**.
- Création d'une **rotation** d'un **corps solide**.
- **Déformation** d'un **corps solide**.

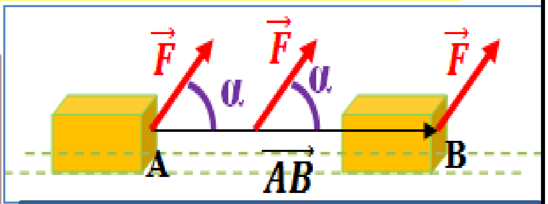
On dit qu'une **force** appliquée à un corps **travaille**, si **son point d'action se déplace**, et **change le mouvement** de ce corps (**changement d'altitude**, **changement de vitesse** ...) ou **change ses propriétés physiques** (**augmentation de sa température**, **déformation** ...).

II – Travail d'une force ou d'un ensemble de forces :

1 – Travail d'une force constante appliquée à un solide en translation :

- **On dit que la force est constante si elle maintien la même direction, le même sens et la même intensité tout au long du mouvement.**
- **On dit qu'un corps solide est en mouvement de translation s'il maintien la même orientation dans l'espace (c-à-d les caractéristiques de vecteur $\overrightarrow{AB}$ n'ont pas changé tel que A et B deux points du corps solide).**

1-1 - Translation rectiligne :

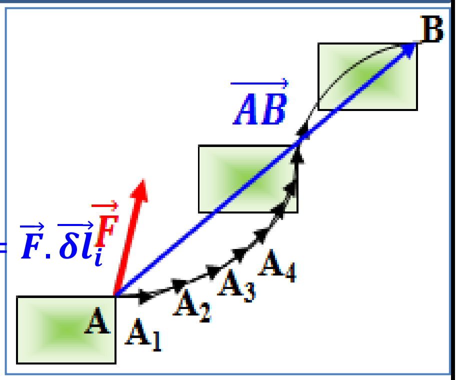


Si on considère le point M d'un corps solide dans un translation soumis à la force $\vec{F}$ et se déplace de la position A à la position B . Alors, la force $\vec{F}$ réalise un travail égal le produit scalaire de vecteur force $\vec{F}$ et de vecteur déplacement $\overrightarrow{AB}$ du point d'application de cette force.

$W_{A\to B}(\vec{F}) = \vec{F}.\overrightarrow{AB} = F.AB.\cos\alpha$ **avec** $\alpha = \widehat{(\vec{F},\overrightarrow{AB})}$ **. Son unité dans (S.I) est : Joule J**

Le joule représente le travail d'une **force constante** d'**intensité 1 N** lorsque **son point d'application** se déplace par **1 m** selon **sa direction** et **son sens**. $1\,J = 1\,N.m$

1-2 - Translation curviligne :



On **divise** la **trajectoire** en **parties infinitésimales** afin qu'elles puissent être considérées **linéaires**.

On exprime le **travail partiel δW_i** de la **force $\vec{F}$** pendant le **déplacement partiel $\overrightarrow{\delta l_i} = \overrightarrow{A_iA_{i+1}}$** par la **relation**: $\delta W_i = \vec{F}.\overrightarrow{\delta l_i}$

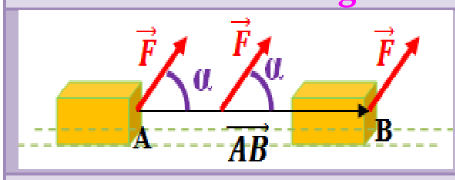
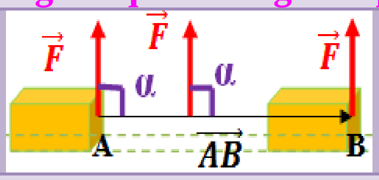
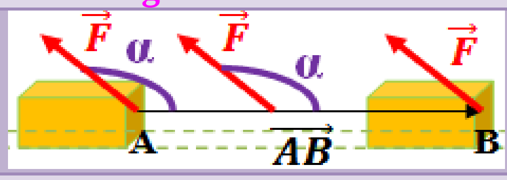
Le Travail totale de la **force $\vec{F}$** lorsque **son point d'application** se déplace d'un **point A** à un **point B** est **la somme des travaux partiels :** $W_{A\to B}(\vec{F}) = \sum \delta W_i = \vec{F}.\sum \overrightarrow{\delta l_i} = \vec{F}.\overrightarrow{AB}$

En cas de translation curviligne, on exprime le travail d'une force $\vec{F}$ son point d'application se déplace d'un point A à un point B, par la relation : $W_{A\to B}(\vec{F}) = \vec{F}.\overrightarrow{AB}$

Remarque : **le travail d'une force n'est pas lié à la trajectoire de son point d'application, mais seulement à sa position initiale et finale.**

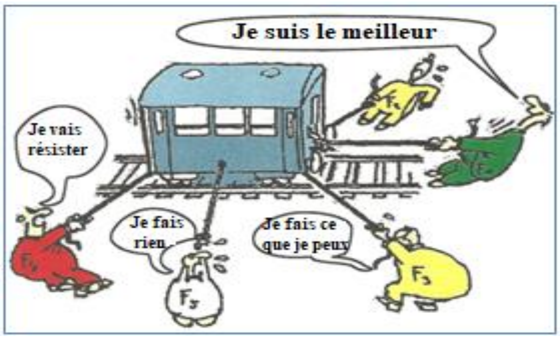
1-3 - La nature de travail :

Le travail grandeur algébrique son signe dépend de signe de $\cos\alpha$

		
$0° \leq \alpha < 90° \Rightarrow \cos\alpha > 0$ **Alors** $W_{A\to B}(\vec{F}) > 0$ **On dit : travail moteur**	$\alpha = 90° \Rightarrow \cos\alpha = 0$ **Alors** $W_{A\to B}(\vec{F}) = 0$ **On dit : travail nul**	$90° \leq \alpha < 180° \Rightarrow \cos\alpha < 0$ **Alors** $W_{A\to B}(\vec{F}) < 0$ **On dit : travail résistant**

2 – Travail d'un ensemble de forces constantes appliquées à un solide en translation :

Le travail d'un ensemble de forces constantes ($\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$,… $\vec{F}_n$) appliquées à un solide en translation est égal le produit scalaire de la somme de vecteurs des forces $\sum \vec{F}_i$ et de vecteur déplacement $\overrightarrow{AB}$. $W_{A\to B}(\vec{F}) = \sum \vec{F}_i . \overrightarrow{AB}$



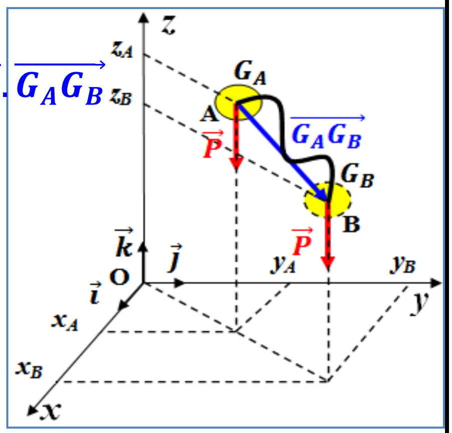
3 – Travail de poids d'un corps :

Pour un **corps** se déplaçant **près du sol**, le **poids** de corps est une **force constante**.

L'expression du travail de poids d'un corps lorsque son centre d'inertie G se déplace de A à B est : $W_{A\to B}(\vec{P}) = \vec{P}.\overrightarrow{G_AG_B}$

Dans un **repère** $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ (tel que Oz **dirigé vers le haut**) les **cordonnées** de $\vec{P}$ et $\overrightarrow{G_AG_B}$ sont : $\vec{P}\begin{cases} P_x = 0 \\ P_y = 0 \\ P_z = -mg \end{cases}$

et $\overrightarrow{G_AG_B}\begin{cases} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{cases}$ donc $W_{A\to B}(\vec{P}) = m.g.(z_A - z_B)$



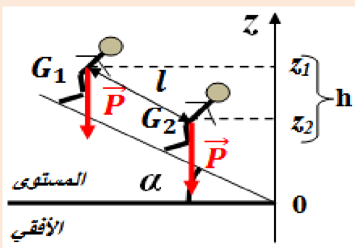
Remarque :

- ❖ Le **travail de poids** d'un corps est **seulement lié** à la **cote z_A** de **position initiale** et à la **cote z_B** de **position finale**, c-à-d ne dépend pas de **trajectoire suivie**.
- ❖ Si l'**axe Oz** est **dirigé vers le bas**, l'**expression** de **travail de poids** du corps devient : $W_{A\to B}(\vec{P}) = m.g.(z_B - z_A)$

Exercice d'application (Ex 4 p 35 massar)

Un enfant de masse $m = 30\,Kg$ glisse sur un plan linéaire et incliné d'un angle $\alpha = 45°$ pour le plan horizontal.
1- Dessiner un schéma explicatif .
2- Calculer le travail effectué par le poids de l'enfant lorsqu'il est traversé la distance $l = 4\,m$. On donne : $g = 10\,N.kg^{-1}$

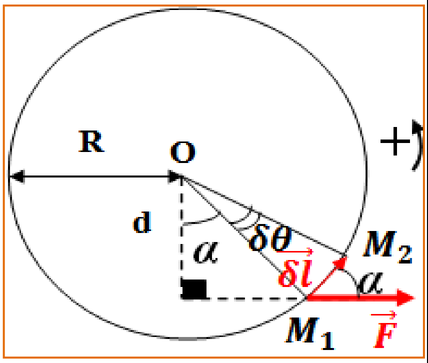
1- voir ci-contre.
2- On $W_{G_1\to G_2}(\vec{P}) = m.g.(z_1 - z_2) = m.g.h$
Et on a $\sin\alpha = \frac{h}{l}$ alors $W_{G_1\to G_2}(\vec{P}) = m.g.l.\sin\alpha$
Donc $W_{G_1\to G_2}(\vec{P}) = 30 \times 10 \times 4 \times \sin 45 = 848,53\,J$.



4 – Travail d'une force de moment constant appliquée à un solide en rotation autour d'un axe fixe :

La **formule** de **moment d'une force** pour un **axe (Δ) perpendiculaire** avec sa **ligne d'action** est : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = \pm F.d$

Tel que F l'**intensité de force** et d la **distance entre la ligne d'action et l'axe**.



Quand un **corps solide** tourne à un **petit angle $\theta\delta$,** le **point d'application** de la **force** traverse un **petit arc $\widehat{M_1M_2}$** qui peut être considéré **comme droite** et exprimé par le **vecteur $\vec{\delta l}$** , et on peut considérer la **force $\vec{F}$** est **presque constante.**

L'**expression** de **travail partiel** δW est :

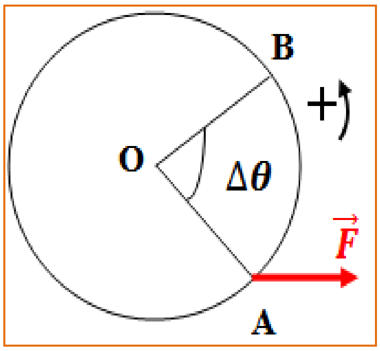
$\delta W = \vec{F}.\vec{\delta l} = F.\delta l.\cos\alpha$

Avec $\delta l = R.\delta\theta$ et $d = R.\cos\alpha$ et $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = F.d.$

Donc $\delta W = F.R.\delta\theta.\cos\alpha = F.d.\delta\theta = \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}).\delta\theta$

Le Travail totale de la force $\vec{F}$ est la somme des travaux partiels :

$W(\vec{F}) = \sum \delta W = \sum \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}).\delta\theta$



Puisque $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = Cte$ donc $W(\vec{F}) = \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}).\sum\delta\theta$

Avec $\sum\delta\theta = \Delta\theta$ alors $W(\vec{F}) = \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}).\Delta\theta$

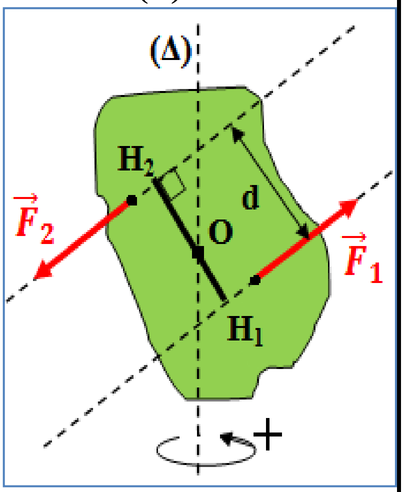
Le travail d'une force de moment constant par rapport à l'axe de rotation est égal le produit de moment et l'angle de rotation. $W(\vec{F}) = \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}).\Delta\theta$

J $N.m$ rad

5 – Travail d'un couple de moment constant :

5-1- Moment d'un couple de deux forces par apport l'axe de rotation :

Le **moment** d'un **couple de deux forces** par rapport à l'**axe de rotation (Δ) perpendiculaire** au **plan de couple** est le **produit de l'intensité commune F** de **deux forces** et la **distance d** entre **ses deux lignes d'action** : $\mathcal{M}_C = \mathcal{M}_\Delta(\vec{F_1},\vec{F_2}) = \pm F.d$



Généralité : Le **couple** est un **ensemble des forces coplanaire** tel que :

- **La somme de ses vecteurs est nulle.**
- **Caractérisé par un moment constant par rapport à tout axe de rotation perpendiculaire à son plan.**

5-2- Travail d'un couple de moment constant :

Pour une **rotation partielle** par un **angle $\theta\delta$** d'un **corps solide** autour un **axe fixe (Δ)**, le **travail partiel** du **couple** est : $\delta W = \mathcal{M}_C.\delta\theta$ **.**

Pour une **rotation particulière** par un **angle $\Delta\theta$** d'un **corps solide** autour un **axe fixe (Δ)**, le **travail de couple** est la **somme des travaux partiels** est : $W = \sum\delta W.$

Si le **moment de couple** est **constant**, la **formule de travail** devient : $W(\vec{F}) = \mathcal{M}_C.\Delta\theta$

III – Puissance d'une force ou d'un ensemble des forces :

La **puissance** est une **grandeur physique** dépend du **travail** et la **durée de sa réalisation** .

1 – Puissance moyenne :

La puissance moyenne d'une force $\vec{F}$ est le quotient de la division du travail W de cette force sur la durée nécessaire pour réaliser ce travail. $w \leftarrow P = \frac{W}{\Delta t} \begin{matrix} \rightarrow J \\ \rightarrow s \end{matrix}$

2 – Puissance instantanée d'une force constante ou d'ensemble des forces constantes appliquée à un solide en translation :

La puissance instantanée $\mathcal{P}$ d'une force constante appliquée à un solide en translation est le quotient de la division du travail partiel δW sur la durée δt infinitésimale nécessaire pour réaliser ce travail.

$$\mathcal{P} = \frac{\delta W}{\delta t} \implies \mathcal{P} = \vec{F}.\frac{\overrightarrow{\delta l}}{\delta t} \implies \mathcal{P} = \vec{F}.\vec{V}$$

Remarque :

- Puisque $\mathcal{P} = F.V.\cos\alpha$: La **puissance** est une **grandeur algébrique** , **son signe** dépend de **signe** de $\cos\alpha$ avec $\alpha = (\widehat{\vec{F},\vec{V}})$.
- Dans le **cas** d'un **ensemble des forces constantes** appliqué à un **corps solide** en **translation**, **la puissance instantanée de ces forces est égale à la somme des puissances instantanées des différentes forces :** $\mathcal{P} = \sum \mathcal{P}_i = \sum \vec{F}_i.\vec{V}_i$

Et puisque le **corps** est en **translation,** alors $\vec{V}_i = \vec{V} = \overrightarrow{Cte}$

donc $\mathcal{P} = \left(\sum \vec{F}_i\right).\vec{V}$

3 – Puissance instantanée d'une force de moment constante appliquée à un solide en rotation autour d'un axe fixe :

On a l'**expression** de la **puissance instantanée** est $\mathcal{P} = \frac{\delta W}{\delta t}$

et en **cas de rotation**, on a : $\delta W = \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}).\delta\theta$ donc $\mathcal{P} = \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}).\frac{\delta\theta}{\delta t}$

et puisque le **moment est constant**, alors $\mathcal{P} = \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}).\omega$

La puissance instantanée $\mathcal{P}$ d'une force de moment constant appliquée à un solide en rotation autour d'un axe fixe, le produit du moment de cette force para apport l'axe et la vitesse angulaire du corps.

$$\mathcal{P} = \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}).\omega$$

$w \qquad N.m \qquad rad.s^{-1}$